

壁乱流に対するレイノルズ数効果* (より効果的なフィードバック制御に向けて)

岩本 薫*¹, 鈴木 雄二*², 笠木 伸英*²

Reynolds Number Effect on Wall Turbulence (Toward Effective Feedback Control)

Kaoru IWAMOTO*³, Yuji SUZUKI and Nobuhide KASAGI

*³ Department of Mechanical Engineering, The University of Tokyo,
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656 Japan

Direct numerical simulation of turbulent channel flow at $Re_\tau = 110 \sim 650$ is made in order to assess the feedback control algorithms which have been proposed for reducing skin friction. The effectiveness of the existing control schemes is decreased with increasing the Reynolds number from $Re_\tau = 110$ to 300. It is found, through the Karhunen-Loeve (KL) decomposition of turbulent fluctuations, that the KL modes at $15 < y^+ < 30$, which correspond to longitudinal vortices and near-wall streaky structures, play a dominant role in the production of turbulence and wall shear stress at $Re_\tau = 110$. At $Re_\tau = 300$, however, the KL modes at $30 < y^+ < 75$ also make appreciable contribution to the wall shear stress generation. The regeneration mechanism of the near-wall vortices is related to the nonlinear interaction between the KL modes at $15 < y^+ < 30$ and those at $30 < y^+ < 75$.

Key Words : Turbulent Flow Control, Computational Fluid Dynamics, Skin Friction,
Direct Numerical Simulation, Karhunen-Loeve Decomposition

1. 序論

現在に至るまで、壁乱流でのレイノルズ数 (Re) 効果について様々な報告がなされている。Zagarola - Smits⁽¹⁾ は、高 Re 数における壁乱流での内外層の中間領域は、対数則よりべき乗則が良く成立することを示している。Moser ら⁽²⁾ は $Re_\tau (= u_\tau \delta / \nu) = 180 \sim 590$ (u_τ は壁面摩擦速度、 δ はチャンネル半幅、 ν は動粘性係数) でのチャンネル乱流のDNSの計算結果から、 $Re_\tau > 395$ では明らかな低 Re 数効果は現れないことを示した。壁近傍の乱流準秩序構造は壁乱流の輸送メカニズム、壁面せん断応力に大きく影響していることが明らかにされているが⁽³⁻⁵⁾、Adrian ら⁽⁶⁾ は、より高い Re 数では渦構造の大規模なクラスタが生じることを示している。

一方、乱流およびそれに伴う輸送現象の自在な制御を目標として、優れた制御効果が期待できるアクティブ・フィードバック制御が注目され、壁乱流の直接数値

シミュレーション (DNS) を用いた数値実験によりその効果が実証されている⁽⁷⁻⁹⁾。Choi ら⁽¹⁰⁾ は、局所の壁面吹出し・吸込みとして、緩和層での壁垂直方向速度の逆位相の速度を与え、チャンネル乱流において約 25% の摩擦抵抗低減を得た。Bewley ら⁽¹¹⁾ は準最適制御⁽¹²⁾ をチャンネル乱流に適用し、約 17% の摩擦抵抗低減を得ている。近年、Lee ら⁽¹³⁾ は準最適制御を陽的に時間離散化した Navier-Stokes 方程式に適用し、壁面情報を基にした単純な制御アルゴリズムを導いている。

しかし、上述の一連のDNSを用いたフィードバック制御に関する検討は、低 Re 数効果が無視し得ない $Re_\tau \sim 100$ の条件でのみ行われている。実用的な場でのより高い Re 数では、乱れのスペクトルが拡大するとともに、乱流準秩序構造の複雑化が起こることが予想されるため、そのような状況にも効果の認められる制御アルゴリズムを構築する必要がある。

本研究の最終目的は、高 Re 数でも制御効果が得られる制御アルゴリズムを構築することである。本研究では、DNSを用いて低～中 Re 数のチャンネル乱流を模擬し、摩擦抵抗低減を目的とする既存のフィードバック制御

*原稿受付 2001年9月25日。

*¹ 正員, 東京大学大学院 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)。

*² 正員, 東京大学大学院工学系研究科。

E-mail: iwamoto@thtlab.t.u-tokyo.ac.jp

のRe数依存性について検討した。さらに、それらに対する機構的理解を得るために、流れ場の可視化およびKarhunen-Loeve分解を用いて、乱流準秩序構造の壁面摩擦への貢献、および乱流構造間の非線形相互作用について検討を行った。

2. 計算手法・制御手法

計算手法はKimら⁽¹⁴⁾とほぼ同様であり、流れ方向(x)およびスパン方向(z)にFourier関数を、壁垂直方向(y)にはChebyshev関数を用いた擬スペクトル法を採用した。時間離散化は、非線形項に4次精度Runge-Kutta法、粘性項に2次精度Crank-Nicolson法をそれぞれ用いた。計算パラメータを表1にまとめる。Re_τは、110~650の5種とし、瞬時流量を一定に保って計算を行った。本研究の計算結果から得られる乱流統計量⁽¹⁵⁾は、Moserら⁽²⁾のDNSデータと良く一致する(図略)。以後、u, v, wはそれぞれx, y, z方向の速度成分を表し、()⁺はu_τと動粘性係数νで無次元化した量を示す。

本研究では、制御アルゴリズムとしてV-control⁽¹⁰⁾、および準最適制御⁽¹³⁾を用いる。制御入力として、壁面からの吹出し・吸込みを適用する。V-controlの制御入力は、y⁺ = 10における壁垂直方向速度v_{|y⁺=10}、および定数αを用いて以下のように与えられる。

$$v_{wall}^+ = -\alpha v^+ \Big|_{y^+=10} \quad (1)$$

準最適制御で最小化されるべき評価関数としては、吹出し・吸込みの運動エネルギーとスパン方向壁面摩擦の2乗の和を用いた。制御入力は解析的に以下のように与えられる。

$$\hat{v}_{wall}^+ = \alpha \frac{ik_z}{k} \frac{\partial \hat{w}^+}{\partial y^+} \Big|_{wall}, \quad k = (k_x^2 + k_z^2)^{1/2} \quad (2)$$

ここで、^はFourier係数を表し、k_x, k_zはそれぞれx, z方向の波数を表す。定数α(>0)は制御エネルギーがポンプ動力の0.05~0.5%になるように設定した。

制御エネルギーP_{in}とポンプ動力Wは以下のように定義される。

$$P_{in} \equiv \overline{p_{wall} v_{wall}} + 1/2 \cdot \overline{\rho v_{wall}^3} \quad (3)$$

$$W \equiv -d\bar{P}/dx \cdot U_{mean} \quad (4)$$

ここで、 \bar{P} は平均圧力を表し、制御なしの場合のポンプ動力をW₀と書く。初期場として、十分発達させたチャンネル乱流のデータを用いた。

3. フィードバック制御のRe数効果

図1にRe数と各制御アルゴリズムの壁面摩擦抵抗低減率の関係を示す。バルク流量を一定に保っているので、抵抗低減率DRは次式で与えられる。

Table 1. Basic conditions of DNS of turbulent channel flow (Δy_c⁺ is the y-interval at the channel center).

Re _τ	Computational periods		Grid points	Grid spacings		
	L _x	L _z	N _x , N _y , N _z	Δx ⁺	Δy _c ⁺	Δz ⁺
110	5πδ	2πδ	48, 65, 48	36.0	5.40	14.4
150	2.5πδ	πδ	64, 97, 64	18.4	4.91	7.36
300	2.5πδ	πδ	128, 193, 128	18.4	4.91	7.36
400	2.5πδ	πδ	192, 257, 192	16.4	4.91	6.54
650	2.5πδ	πδ	288, 257, 384	17.7	7.98	5.32

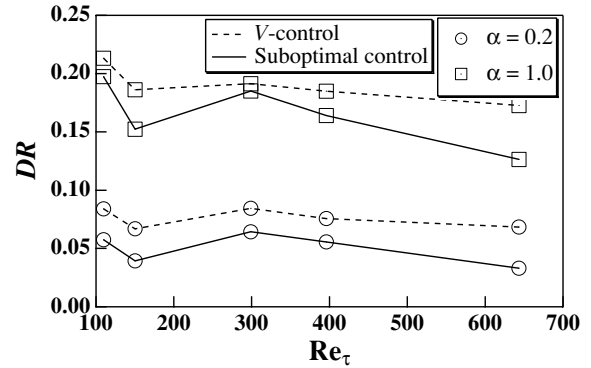


Fig. 1 Dependence of drag reduction rate on Reynolds number.

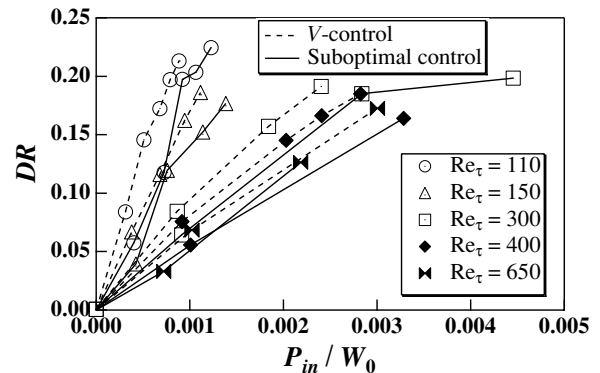


Fig. 2 Drag reduction rate versus power input ratio.

$$DR = (W_0 - W)/W_0 \quad (5)$$

Re_τ = 110では、α = 1において両制御アルゴリズムの抵抗低減率は約20%であり、Choiら⁽¹⁰⁾、及びLeeら⁽¹³⁾のDNSの結果と良く一致する。V-controlの場合、αを一定に保ちRe数が増加すると、抵抗低減率は概して減少するが、Re数の増加に伴っておおそ等しい値に漸近していく傾向が見られる。

一方、準最適制御の場合、αを一定に保ちRe数が増加すると、抵抗低減率は一時的に増加するが、Re数の増加に伴って減少する。Re_τ = 650では、α = 1において約12%の抵抗低減率である。後述のように、Re数の増加に伴って壁近傍の非線形作用が顕著なることから、上述の事実は、Leeら⁽¹³⁾の制御アルゴリズムが線形化された運動方程式を基に構築されていることが原因と考えられる。

図2に吹出し・吸込みの制御エネルギーと制御なしの場合のポンプ動力の比で定義した制御エネルギー比 P_{in} / W_0 と、壁面摩擦抵抗低減率の関係を示す。V-controlの場合、制御エネルギー比を一定に保ちRe数を増加すると、図1と異なり、抵抗低減率は著しく減少する。しかし、 $Re_\tau > 300$ では、抵抗低減率のRe数に対する変化は小さく、Re数効果について検討したMoserら(2)の乱流統計量に対する知見と符合する。同じ制御エネルギー比 P_{in} / W_0 では、準最適制御の抵抗低減率はV-controlの低減率より少し小さいことが分かる。

上述のDNSの結果から、 $Re_\tau = 300$ は高レイノルズ数とは見なされないが、明瞭な低Re数効果は存在しないと考えられる。そこで、本研究では $Re_\tau = 110$ と300における乱流メカニズムの相違を考察することによって、より効果的な制御アルゴリズムへの手がかりを得ることを試みる。

4. 乱流準秩序構造間の非線形相互作用

壁面せん断応力や輸送メカニズムへの乱流準秩序構造の貢献を定量的に評価するため、構造間の相互作用をKarhunen-Loeve分解(16)を用いて分析する。

4.1 Karhunen-Loeve分解 Karhunen-Loeve分解では、速度変動の2点相関テンソル κ_{ij} を用い、以下の固有値問題を解いて固有モード ϕ_i を算出する(17-19)。

$$\int_0^{2\delta} \kappa_{ij}(y, y', m, n) \phi_j(y', m, n) dy' = \lambda(m, n) \phi_i(y), i, j=1-3 \quad (6)$$

ここで、 m, n は各々 x, z 方向の波数であり、 λ は固有値を表す。各波数の組 (m, n) に対して、固有値の数は y 方向グリッド点数 N_2 の3倍であり、 q によりその順位を表すと、1固有モードは $\mathbf{k} = (m, n, q)$ で表される(20)。各固有モードは以下の式で実空間に変換される。

$$\phi^{\mathbf{k}}(x, y, z) = \phi^{\mathbf{k}}(y, m, n) e^{2\pi i(mx/L_1 + nz/L_3)} \quad (7)$$

各固有モードは、以下の連続の式、壁面での滑りなしを満たし、互いに直交している。

$$\nabla \cdot \phi^{\mathbf{k}} = 0 \quad (8)$$

$$\phi^{\mathbf{k}} = \mathbf{0}, \quad \text{at } y = 0, 2\delta \quad (9)$$

$$\int_D \phi^{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\phi}^{\mathbf{l}} dx = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{l}} \quad (10)$$

ここで (\sim) は複素共役を表す。任意の流れ場は固有モードの線形重ね合わせにより表現される。

$$u(x, y, z, t) = \sum_{\mathbf{k}} a^{\mathbf{k}}(t) \phi^{\mathbf{k}}(x, y, z) \quad (11)$$

固有値 $\lambda^{\mathbf{k}}$ は各KLモードの乱れエネルギーを表しており(17)、乱れエネルギーへの貢献度により固有モードの順位付けをすることができる。

4.2 KLモードの乱れエネルギーへの貢献 図3に $Re_\tau = 110, 300$ のそれぞれについて、乱れエネルギー

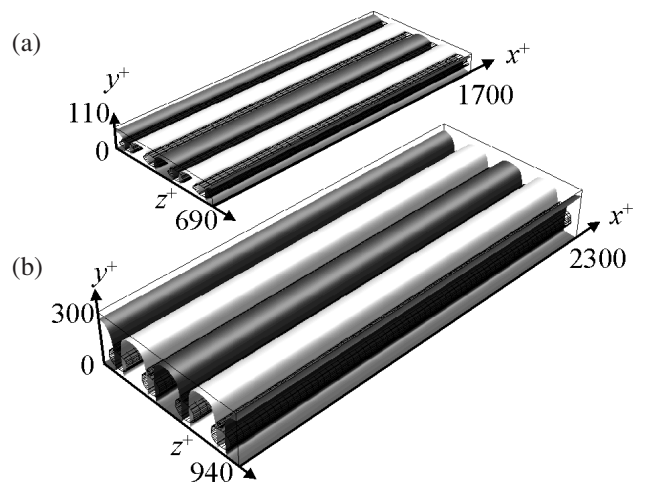


Fig. 3 Most energetic eigenfunction among the KL modes. Isosurfaces of u'^+ and the second invariant of the deformation tensor Q^+ are shown. White, $u'^+ = 0.15$; black, $u'^+ = -0.15$; mesh, $Q^+ = 0$. (a) $Re_\tau = 110$, (b) $Re_\tau = 300$.

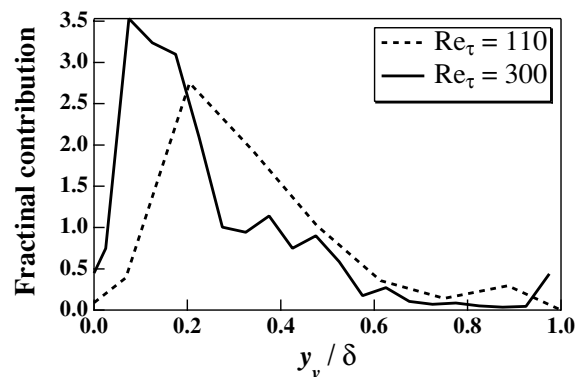


Fig. 4 Fractional contribution of KL mode at y_v to the total turbulent kinetic energy in the channel.

に最大の寄与を有するモードの鳥瞰図を示す。Re数に関わらず流れ方向に一樣な低・高速領域、および大規模な渦構造が存在することが示される。このことは、minimal channel flow(21)内で再現された $Re_\tau = 136$ における乱流場のKL分解の結果(20)と良く一致している。 $Re_\tau = 110$ では、上位190モードの保有する乱れエネルギーが全体の50%に貢献し、 $Re_\tau = 300$ では上位340モードとなる。また、図には示さないが、ほぼ全てのモードに渦構造が存在する。渦運動の同定にはすでに複数の方法が提案されているが、本報では各KLモードの渦中心を、変形速度テンソルの第2不変量 $Q^+ (= u_{ij}^+ u_{ji}^+)$ が最小値をとる位置と定義した。図3に示した乱れエネルギーの最大モードの、渦中心の壁からの距離 y_v は、 $Re_\tau = 110$ では $y_v^+ = 52$ 、 $Re_\tau = 300$ では $y_v^+ = 120$ である。

図4に、壁面からの各位置 y_v に渦中心を持つ全てのKLモードの、乱れエネルギーに対する貢献度を示す。 $Re_\tau = 110, 300$ において、 $y_v / \delta > 0.5$ での貢献度はほぼ一致するが、壁近傍ではスケールングされず、乱れエネルギーに貢献する構造の壁垂直方向位置は単一のス

ケールではスケーリングできないことが分かる。

4.3 KLモードの壁面せん断応力変動への貢献

壁面せん断応力変動の実効値 $\tau_{w,rms}$ に対する各モードの寄与を調べた(各モードの平均壁面せん断応力は0である)。図5に $Re_\tau = 110, 300$ において、 $\tau_{w,rms}$ に最も貢献の大きいモードの $(y-z)$ 断面図を示す。 $Re_\tau = 110$ の固有モードは流れ方向に一様であり、 $Re_\tau = 300$ の固有モードは流れ方向に1周期を持つが、両 Re 数ともに、壁近傍にストリークに類似した低・高速領域と、縦渦構造が観察される。スパン方向周期は、それぞれ、 $\Delta z^+ = 138, 134$ であり、低速ストリークの平均間隔に近い値である。縦渦と壁面との傾きは非常に小さく、渦中心の壁からの距離は、それぞれ、 $y_v^+ = 34, 31$ である。

図6に、壁面からの各位置 y_v に渦中心を持つ全てのKLモードの、 $\tau_{w,rms}$ に対する貢献度を示す。乱れエネルギーに貢献する構造と異なり、 y_v は粘性長さでスケーリングされる。貢献度がピークを持つ y_v^+ は両 Re 数ともに約23である。従って、KL分解で得られた壁面せん断応力変動に貢献の高い構造は、粘性長さでスケーリングされる壁近傍の縦渦構造と一致する。本研究の結果は、壁面せん断応力と流れ方向渦度の2点相関から壁近傍の縦渦構造が壁面摩擦に関係していることを示した Kravchenko ら⁽⁵⁾ の結果と定性的に一致する。

4.4 渦中心の壁からの距離に基づくKLサブグループ

乱流準秩序構造を表すために、渦中心の壁からの距離 y_v によって、KLモードをサブグループに分割する。ここでは、 y_v が $(n-1)\Delta y_v$ と $n\Delta y_v$ の間にある全てのKLモードを重ね合わせた構造を、 n 番目のサブグループ $u^{<n>}$ と呼ぶことにする。

$$u^{<n>}(x, y, z, t) = \sum_{(n-1)\Delta y_v < y_v < n\Delta y_v} a^k(t) \phi^k(x, y, z) \quad (12)$$

ここで、 $Re_\tau = 110, 300$ ともに $\Delta y_v^+ = 15$ であり、サブグループの数は $Re_\tau = 110, 300$ において、それぞれ、8, 20 とした。各サブグループは、KLモードの線形重ね合わせであるため、サブグループ同士は直交しており、また、連続の式、壁面での滑りなし条件を満たしている。

図7に、 $Re_\tau = 300$ の瞬時場における $15 < y^+ < 30$ の渦構造、および、KLモードの重ね合わせである $u^{<2>}$ で定義される瞬時場の渦構造を、変形速度テンソルの第2不変量 Q の3次元等値面 ($Q^+ < -0.03$) を用いて示す。2つの等値面はほぼ一致しており、 $u^{<2>}$ は、主に $15 < y^+ < 30$ における瞬時の渦構造を表していると考えられる。

4.5 KLサブグループのレイノルズ応力への貢献

全レイノルズ応力は、KLサブグループを用いて、以下のように書ける。

$$-\overline{u'v'} = \sum_n \overline{-u^{<n>} v^{<n>}} + \sum_m \sum_{n(n \neq m)} \overline{-u^{<m>} v^{<n>}} \quad (13)$$

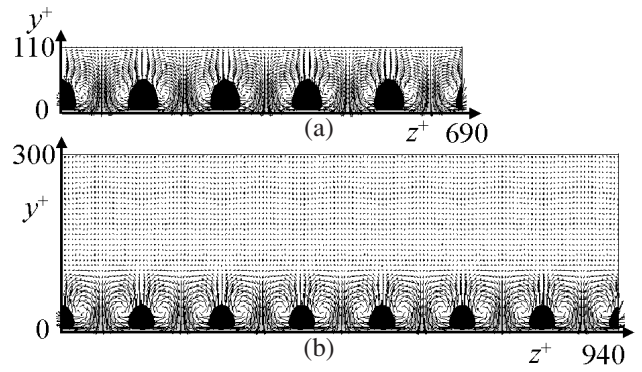


Fig. 5 Eigenfunction of the largest contribution to $\tau_{w,rms}$; velocity vectors and contours of the streamwise velocity fluctuation u'^+ (gray, $u'^+ > 0.15$; black, $u'^+ < -0.15$). (a) $Re_\tau = 110$, (b) $Re_\tau = 300$.

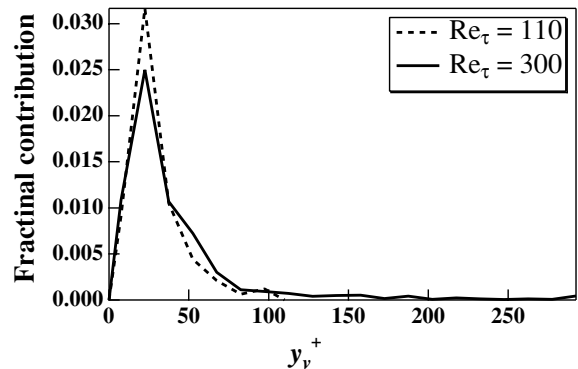


Fig. 6 Fractional contribution of KL mode at y_v^+ to $\tau_{w,rms}$.

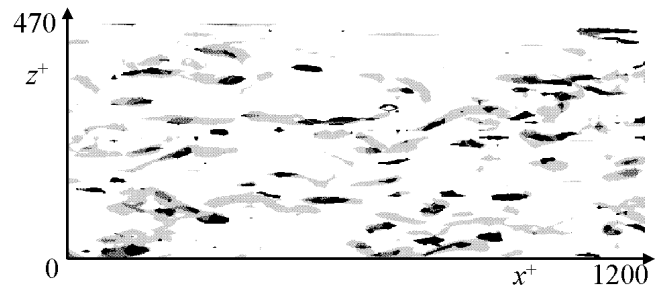


Fig. 7 Plane view of near-wall coherent structures for $Re_\tau = 300$ (gray, the second invariant of the deformation tensor ($Q^+ < -0.03$)) at $15 < y^+ < 30$; black, the second invariant of the deformation tensor of $u^{<2>}$ ($Q^+ < -0.03$)).

右辺第1項、2項は、各サブグループのレイノルズ応力、サブグループ間の非線形干渉による項を表す。なお、第2項の大きさは第1項の1%以下なので無視でき、レイノルズ応力は同一のサブグループ同士の干渉によって発生することが分かる。

図8に $Re_\tau = 110, 300$ における全レイノルズ応力、および各KLサブグループのレイノルズ応力を示す。 $Re_\tau = 110$ の場合、壁近傍 ($y^+ < 30$) のレイノルズ応力には、 $u^{<2>}$ が大きく貢献している。 $u^{<n>}$ ($n = 3$) は壁面から離れた位置 ($y^+ > 30$) での貢献度が高い。一方、 $Re_\tau = 300$ の場合、全領域で全レイノルズ応力が増加するが、壁近傍 ($y^+ < 30$) で $u^{<2>}$ の持つレイノルズ応力は

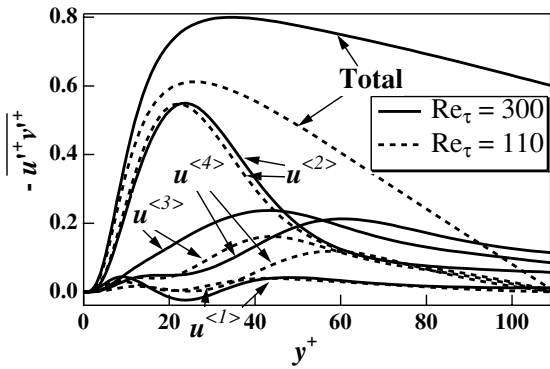


Fig. 8 Contribution of KL subgroup to the Reynolds shear stress at $Re_\tau = 110$ and 300 .

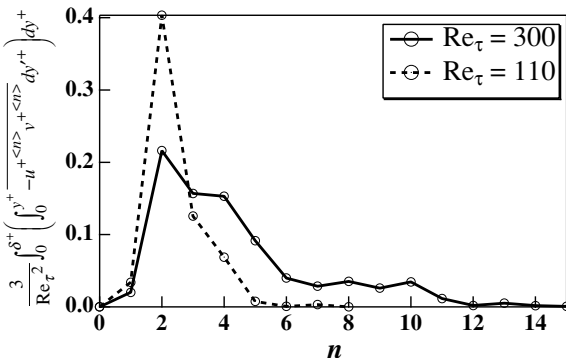


Fig. 9 Fractional contribution of each KL subgroup to the wall friction increase beyond the laminar value.

$Re_\tau = 110$ の時と変化せず, $u^{<3>}$, $u^{<4>}$ の貢献度が増加している. $u^{<n>}$ ($n \leq 5$) は Re 数によらず壁近傍でのレイノルズ応力への寄与は小さい. 従って, Re 数が増加した場合, $u^{<2>}$ だけではなく $u^{<3>}$, $u^{<4>}$ も壁近傍の乱れエネルギー生成メカニズムに影響を与えていることが予想される.

4.6 KLサブグループの平均壁面せん断応力への貢献

チャンネル乱流において, 全応力 τ は,

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \Big|_{wall} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right) = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \quad (14)$$

と書ける. 式(14)を y 方向に2回積分することにより, 次式のように平均壁面せん断応力をバルク流量とレイノルズ応力の積分値によって表し, 壁面摩擦に対するレイノルズ応力の貢献度を表す式を導くことができる.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \Big|_{wall} = \frac{3}{Re_\tau} \overline{u^+}_{mean} + \frac{3}{Re_\tau^2} \int_0^{\delta^+} \int_0^{y^+} \overline{-u'^+v'^+} dy^+ dy^+ \quad (15)$$

本研究では流量一定を仮定しているので, 右辺第1項は一定値であり, 平均壁面せん断応力を減少するためには, 右辺第2項のレイノルズ応力の積分値を減少させれば良い. $Re_\tau = 110, 300$ において, 右辺第1項の値は, それぞれ $0.38, 0.17$ である.

図9に各KLサブグループの式(15)右辺第2項の値

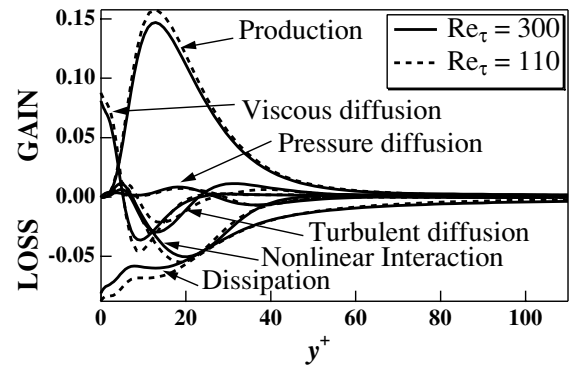


Fig. 10 Energy budget of $u^{<2>}$ at $Re_\tau = 110$ and 300 .

を示す. $Re_\tau = 110$ では, $u^{<2>}$ の値は約 0.4 であり, $u^{<2>}$ を完全に減衰させることができれば, 約 40% の抵抗低減率を得られることを意味する. また, $u^{<n>}$ ($n \leq 5$) の値はほぼ 0 であり, 平均壁面せん断応力に貢献していないことが分かる. 一方, $Re_\tau = 300$ の場合, $u^{<2>}$ の値は約 0.22 に減少し, 逆に $u^{<3>}$, $u^{<4>}$ の値がともに約 0.15 に増大する. $u^{<n>}$ ($n \geq 6$) の値は 0.04 以下であり, これらはほとんど平均壁面せん断応力へ貢献していない. 従って, $Re_\tau = 300$ において約 40% の抵抗低減を得るためには, $u^{<2>}$ だけでなく, $u^{<3>}$ も完全に減衰させなければならないことが示唆される.

4.7 KLサブグループ間の非線形相互作用

$u^{<n>}$ のエネルギー方程式は次式のように導かれる.

$$0 = \sum_m \overline{-u_i^{<n>} u_j^{<m>}} \cdot \overline{u_{i,j}^+} - \sum_m \overline{u_{i,j}^{<n>} u_{i,j}^{<m>}} + \left(\overline{-u_j^{<n>} p'^+} \right)_{,j} + \sum_m \left(\overline{u_i^{<n>} u_{i,j}^{<m>}} \right)_{,j} + \sum_m \left(-1/2 \cdot \overline{u_i^{<n>} u_i^{<n>} u_j^{<m>}} \right)_{,j} + \sum_l \sum_{m(\neq n)} \left(\overline{-u_i^{<n>} u_j^{<l>} u_{i,j}^{<m>}} \right) \quad (16)$$

右辺第1~6項は, それぞれ, 生成項, 散逸項, 圧力拡散項, 粘性拡散項, 乱流拡散項, サブグループ間非線形相互作用項を表す. 各サブグループ間の直交性は, 空間積分値に対して保証されるため, 式(16)の右辺は, 厳密には時空間積分を表す. しかし, 結果的には各 y 断面で式(16)の右辺の残差が 0 になることが確認できたため, 式(16)は時間, x, z 方向のみの平均として考えた.

前述のように, $Re_\tau = 110, 300$ ともに, 各サブグループは同一のサブグループとの間でのみレイノルズ応力をもつため, 乱れエネルギーの生成についても, 式(16)の第1項において $m = n$ のときのみ 0 でない値を持つ(図略). 生成項は $u^{<2>}$ が最大であり, 全乱れエネルギーの生成項が壁近傍の縦渦の両側で大きな値を持つ事実(4)と一致する. 一方, 散逸項についても同様であり, 同一のサブグループとの間で構成される散逸率テンソル

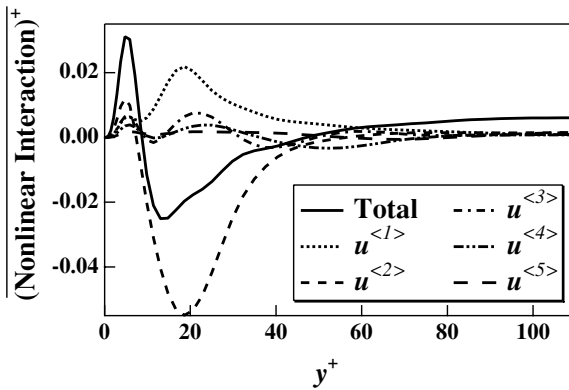


Fig. 11 Nonlinear interaction term of each KL subgroup at $Re_\tau = 110$.

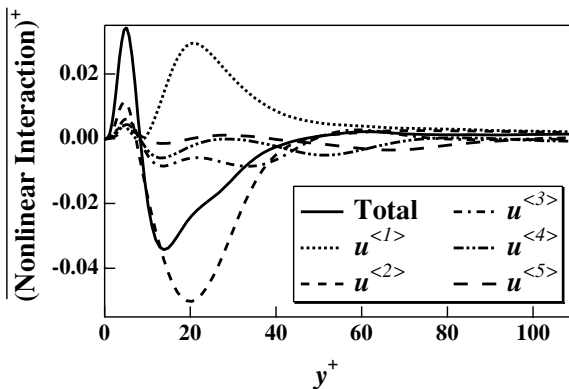


Fig. 12 Nonlinear interaction term of each KL subgroup at $Re_\tau = 300$.

のみによって値を持つ。

図 10 に $Re_\tau = 110, 300$ について, サブグループ $u_{<2>}$ の乱れエネルギーの収支を示す。どちらのレイノルズ数においても同様の分布を示す。ほぼ $y^+ = 12$ にピークを有する生成項をはじめとして, 圧力拡散項, 粘性拡散項, 乱流拡散項は, 全乱れエネルギーの収支に類似した分布を示す。一方, 非線形相互作用項は, 異なるサブグループ間のエネルギー伝達を表し, $7 < y^+ < 45$ で負値を持ち, $y^+ = 20$ 近辺でピークを持つ。非線形相互作用項のオーダーは散逸項と同じ程度であり, 大きな値を有する。従って, 生成された乱れエネルギーの一部は他の KL サブグループに伝達され, 残りが壁近傍で散逸されると考えられる。

図 11 に $Re_\tau = 110$ について, 各 KL サブグループの非線形相互作用項を示す。 $u_{<1>}$ は $y^+ < 60$ で他のサブグループからエネルギーを受け取り, $u_{<2>}$ は $7 < y^+ < 45$ で他のサブグループへエネルギーを伝達する。 $u_{<n>}$ ($n = 3$) の非線形相互作用項は, 壁近傍でほぼ 0 または微少な正の値を持つ。

同様に, 図 12 に $Re_\tau = 300$ について, 各 KL サブグループの非線形相互作用項を示す。 $Re_\tau = 110$ の場合と比べて, $u_{<2>}$ の分布はほとんど変化しないが, $u_{<1>}$ は $y^+ < 60$ でより大きなエネルギーを受け取り, また $u_{<n>}$ ($3 \leq n \leq 5$) も $8 < y^+ < 50$ で負の値に転じ, 他のモード

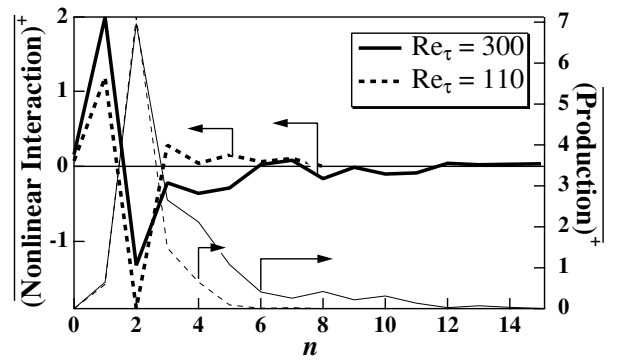


Fig. 13 Time-space integrals of nonlinear interaction and production term of each KL subgroup at $Re_\tau = 110$ and 300 .

にエネルギーを分配している。

図 13 に $Re_\tau = 110, 300$ について, 各 KL サブグループの非線形相互作用項, および生成項の空間積分値を示す。どちらのレイノルズ数においても $u_{<n>}$ ($n = 5$) の非線形相互作用項の積分量の絶対値は, それぞれのサブグループの生成項の空間積分値の 15% 以上であり, エネルギー収支に関して重要な項である。 $Re_\tau = 110$ の場合, $u_{<2>}$ の非線形相互作用項のみが負値を持ち, 乱れエネルギーは $u_{<2>}$ から他のサブグループへ伝達される。従って, $u_{<2>}$ を減衰させることができれば, この他のサブグループへのエネルギー伝達も減少し, 主たる生成項のない他のサブグループも間接的に減衰すると考えられる。一方, $Re_\tau = 300$ では, $u_{<3>}, u_{<4>}$ にも $Re_\tau = 110$ より大きなエネルギー生成が生じている。また, $u_{<2>}$ のみではなく, 壁から離れたサブグループ ($u_{<n>}, 3 \leq n \leq 5$) の非線形相互作用項も負値を持ち, $30 < y^+ < 75$ で生成されたエネルギーがより壁近くのサブグループへ供給されている。

図 14 に $Re_\tau = 110$ での各 KL サブグループの非線形相互作用項の空間積分値の収支を等値線で示す。 $u_{<n>}$ の (l, m) での値は, $u_{<n>}$ が $u_{<l>}$ との非線形相互作用により $u_{<m>}$ から受け取る乱れエネルギーを意味する。 $u_{<1>}$ では $(l, m) = (2, 2)$ に正のピークを持ち, 負値は持たない。つまり, $u_{<1>}$ は, 様々な KL サブグループとの非線形相互作用により乱れエネルギーを受け取るのみであり, 他の KL サブグループへエネルギーを渡していない。 $u_{<2>}$ では $(l, m) = (2, 1)$ と $(2, 3)$ に負のピークを持ち, 正値は持たない。つまり, $u_{<2>}$ は主に自分自身を含む非線形相互作用により乱れエネルギーを $u_{<1>}, u_{<3>}$ へ伝達し, 他の KL サブグループから乱れエネルギーを受け取ることはない。 $u_{<3>}$ は正と負のピークを, それぞれ $(l, m) = (2, 2), (2, 1)$ に持つ。従って, $u_{<3>}$ は主に $u_{<2>}$ を含む非線形相互作用により $u_{<2>}$ からエネルギーを得, $u_{<1>}$ へエネルギーを伝達する。 $u_{<2>}$ から受け取るエネルギーが $u_{<1>}$ へ伝達するエネルギーより大きいため, 図 13 に示したように

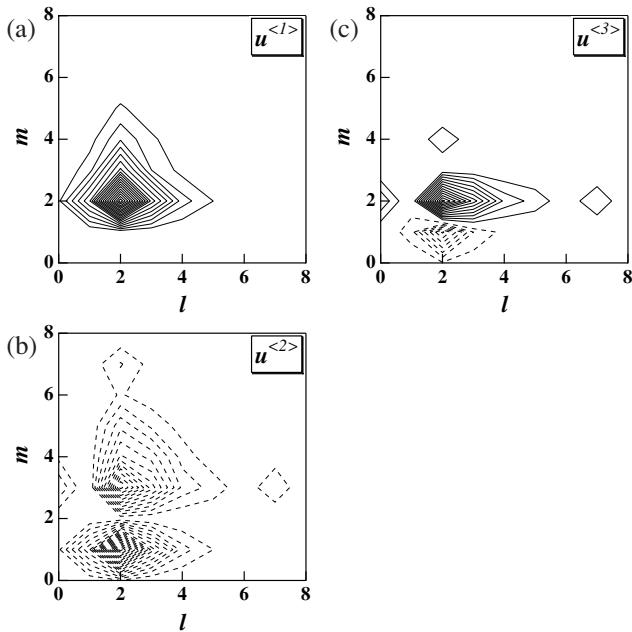


Fig. 14 Contours of time-space integrals of nonlinear interaction term for $Re_\tau = 110$. Contour levels range from -0.35 to 0.35 by an increment of 0.02 with negative values dotted. (a) $u^{<1>}$, (b) $u^{<2>}$, (c) $u^{<3>}$.

非線形項の総和は正となる。

図 15 に $Re_\tau = 300$ での各 KL サブグループの非線形相互作用の分布を示す。 $Re_\tau = 110$ の場合と類似の傾向を示すが、 $u^{<1>}$ では正值の範囲が広がっている。また、 $u^{<2>}$ の $(l, m) = (2, 3)$ での負のピークが減少し、 $(l, m) = (2, 1)$ での負のピークが増加する。さらに、 $u^{<3>}$ は正のピークが減少し、負のピークが増加するなど、壁から離れる方向である $u^{<n>}$ から $u^{<m>}$ ($n < m$) へのエネルギー輸送が減少し、逆に壁に向かう方向である $u^{<n>}$ から $u^{<m>}$ ($n > m$) へのエネルギー輸送が増加している。 $u^{<3>}$ は $u^{<2>}$ から受け取るエネルギーが $u^{<1>}$ へ伝達するエネルギーより小さいため、図 13 に示したように非線形項の総和は負と変化する。

一方、壁面近傍の KL サブグループ ($u^{<n>}$, $n = 3$) の、 $l = 6, m = 6$ における非線形相互作用項の平均値、rms 値は、両 Re 数において小さく、壁から離れた KL サブグループ ($u^{<n>}$, $n = 6$) からの非線形相互作用の影響は小さい(図略)。従来、壁近傍の構造が自律的であることがしばしば論じられてきた(22-24)。Jimenez - Pinelli(25) は minimal channel flow(21) の DNS において、 $y^+ > 60$ の乱れを抑えた場合、壁近傍の領域は乱流を自己維持し、また $y^+ < 60$ の乱れを抑えた場合、層流化することを示している。KL 分解を用いた本研究の結果は、壁近傍の力学が、およそ $y^+ < 75$ の構造のみに支配されていることを定量的に明らかにするものである。

図 16 に、 $Re_\tau = 300$ での壁近傍の渦構造と $u^{<2>}$ の乱れエネルギーの非線形相互作用項の分布を示す。非線形相互作用項が正の領域は、図中渦 A の上流側の壁か

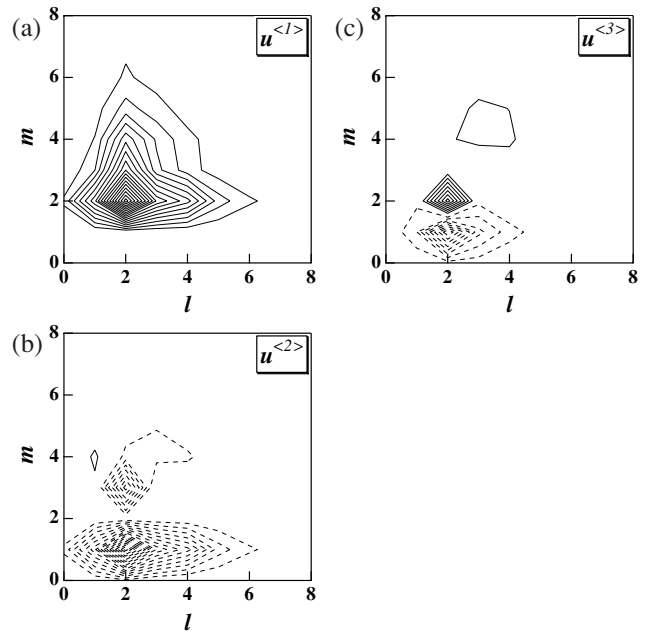


Fig. 15 Contours of time-space integrals of nonlinear interaction term for $Re_\tau = 300$. Contour levels range from -0.4 to 0.4 by an increment of 0.02 with negative values dotted. (a) $u^{<1>}$, (b) $u^{<2>}$, (c) $u^{<3>}$.

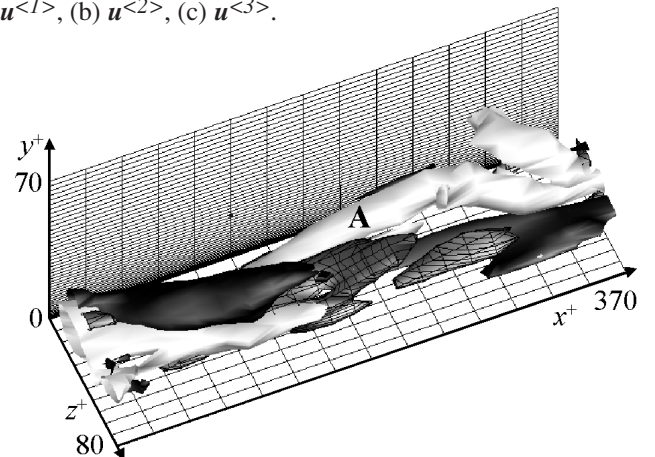


Fig. 16 Near-wall coherent structures and nonlinear interaction term of $u^{<2>}$ at $Re_\tau = 300$ (white, the second invariant of the deformation tensor ($Q^2+ < -0.03$); black, positive nonlinear interaction term ($NL^+ > 0.5$); black with mesh, negative nonlinear interaction term ($NL^+ < -0.5$)).

ら離れた領域、および渦下流側の壁近傍領域に存在する。これらの領域は壁近傍の縦渦構造が再生される領域(22,26)と一致し、KL 分解したモード間において $u^{<2>}$ へのエネルギー輸送は、物理空間では壁近傍の縦渦再生領域に相当していることが推測される。一方、 $u^{<2>}$ から他のサブグループへのエネルギー輸送は、渦 A によって乱れエネルギーが生成される領域に一致し、乱れエネルギーの生成が行われた領域で、エネルギー分配が行われていることが分かる。

4.8 壁乱流に対するレイノルズ数効果 上述のように、 Re 数が増加すると、壁近傍 ($y^+ < 30$) の縦渦構造の重要性は変化しないが、壁から離れた構造 ($30 < y^+$

< 75 の、壁近傍でのレイノルズ応力、平均壁面せん断応力に対する貢献度がともに増加する。一方、 $y^+ > 75$ での構造の貢献度は Re 数によらず小さい。また、壁から離れる方向への構造間でのエネルギー輸送が減少し、壁に向かう方向へのエネルギー輸送が増加する。これらの結果は、より高い Re 数では、壁から離れた構造 ($30 < y^+ < 75$) の壁近傍の力学への貢献度が増加することを示している。よって、高 Re 数における、より効果的なフィードバック制御を構築するためには、壁近傍 ($y^+ < 30$) の縦渦構造だけでなく、 $30 < y^+ < 75$ に位置する構造を検知し、それらを制御の対象とするアルゴリズムの開発が重要と考えられる。

5. 結論

摩擦抵抗低減を目的とするフィードバック制御の Re 数効果を評価するために、DNS を用いて Re 数の異なるチャネル乱流を模擬した。KL 分解を用いることにより、壁近傍渦構造と壁面から離れた構造間の相互作用の影響を定量的に検討し、以下の知見を得た。

- 1) V -control は、本研究で検討を行った Re 数範囲で一定の制御効果をもたらすが、同じ制御効果を得るための制御エネルギー比 P_{in} / W_0 は Re 数の増加とともに増加する。同じ Re 数、制御エネルギー比において、準最適制御の制御効果は V -control の制御効果より小さい。
- 2) 壁面せん断応力変動への寄与率が高い KL モードは、粘性長さでスケーリングされる壁近傍の縦渦構造である。平均壁面せん断応力についてもこれらの構造の寄与が大きいが、 Re 数が増加すると壁から離れた構造 ($30 < y^+ < 75$) の貢献度が増加する。
- 3) $Re_\tau = 110, 300$ において、壁近傍の力学は、 $y^+ < 75$ の構造に支配される。 $Re_\tau = 110$ の場合、壁から離れた構造 ($30 < y^+ < 75$) から壁近傍の構造 ($y^+ < 30$) への逆方向のエネルギー輸送は小さいが、 $Re_\tau = 300$ ではより大きくなり、縦渦の再生がしばしば発生する、縦渦上流側の壁から離れた領域、および下流側の壁面側領域に存在する。
- 4) 高 Re 数における、より効果的なフィードバック制御を構築するためには、壁近傍 ($y^+ < 30$) の縦渦構造だけでなく、 $30 < y^+ < 75$ に位置する構造を検知し、それらを制御の対象とするアルゴリズムの開発が重要である。

謝辞

本研究は、科学研究費補助金特定領域研究 (B) (12125202)、及び、文部科学省開放的融合研究推進制度の援助を受けた。記して謝意を表する。

文献

- (1) Zagarola, M. V., and Smits, A. J., *J. Fluid Mech.*, **373**, (1998), 33.
- (2) Moser, R. D., Kim, J., and Mansour, N. N., *Phys. Fluids*, **11**, 4, (1999), 943.
- (3) Robinson, S. K., *NASA TM 103859*, (1991).
- (4) Kasagi, N., Sumitani, Y., Suzuki, Y., and Iida, O., *Int. J. Heat & Fluid Flow*, **16**, (1995), 2.
- (5) Kravchenko, A. G., Choi, H., and Moin, P., *Phys. Fluids, A* **5**, 12, (1993), 3307.
- (6) Adrian, R. J., Meinhart, C. D., and Tomkins, C. D., *J. Fluid Mech.*, **422**, (2000), 1.
- (7) Moin, P., and Bewley, T., *Appl. Mech. Rev.*, **47**, (1994), S3.
- (8) Gad-el-Hak, M., *Appl. Mech. Rev.*, **49**, 7, (1996), 365.
- (9) Kasagi, N., *Int. J. Heat & Fluid flow*, **19**, (1998), 125.
- (10) Choi, H., Moin, P., and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **262**, (1994), 75.
- (11) Bewley, T., Choi, H., Temam, R., and Moin, P., *CTR Annual Research Briefs*, (1993), 3.
- (12) Choi, H., Temam, R., Moin, P., and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **253**, (1993), 509.
- (13) Lee, C., Kim, J., and Choi, H., *J. Fluid. Mech.*, **358**, (1998), 245.
- (14) Kim, J., Moin, P., and Moser, R., *J. Fluid Mech.*, **177**, (1987), 133.
- (15) <http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp>
- (16) Lumley, J. L., *Stochastic tools in turbulence*. Academic, (1970).
- (17) Lumley, J. L., *Transition and Turbulence* (ed. R. E. Meyer), Academic, (1981).
- (18) Moin, P., and Moser, R., *J. Fluid Mech.*, **200**, (1989), 471.
- (19) Sirovich, L., Ball, K. S., and Keefe, L. R., *Phys. Fluids, A* **2**, (1990), 2217.
- (20) Webber, G. A., Handler, R. A., and Sirovich, L., *Phys. Fluids*, **9**, (1997), 1054.
- (21) Jimenez, J., and Moin, P., *J. Fluid Mech.*, **225**, (1991), 213.
- (22) Brooke, J. W., and Hanratty, T. J., *Phys. Fluids, A* **5**, (1993), 1011.
- (23) Hamilton, J. M., Kim, J., and Waleffe F., *J. Fluid Mech.*, **287**, (1995), 317.
- (24) Jeong, J., Hussain, F., Schoppa, W., and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **332**, (1997), 185.
- (25) Jimenez, J., and Pinelli, A., *J. Fluid Mech.*, **389**, (1999), 335.
- (26) Bernard, P. S., Thomas, J. H., and Handler, R. A., *J. Fluid Mech.*, **253**, (1993), 385.